

## บทที่ 3

### ทฤษฎีและหลักการของวงจรกรองความถี่

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึง ทฤษฎีและหลักการของวงจรกรองความถี่ที่เกี่ยวข้องในการวิจัย โดยเนื้อหาประกอบด้วย บทนำ พื้นฐานของวงจรกรองความถี่ การวิเคราะห์พื้นฐานของวงจรกรองความถี่ ค่าความไว วงจรกรองความถี่หลายหน้าที่รูปแบบกระแสจากงานวิจัยที่ผ่านมา และบทสรุป

#### 3.1 บทนำ

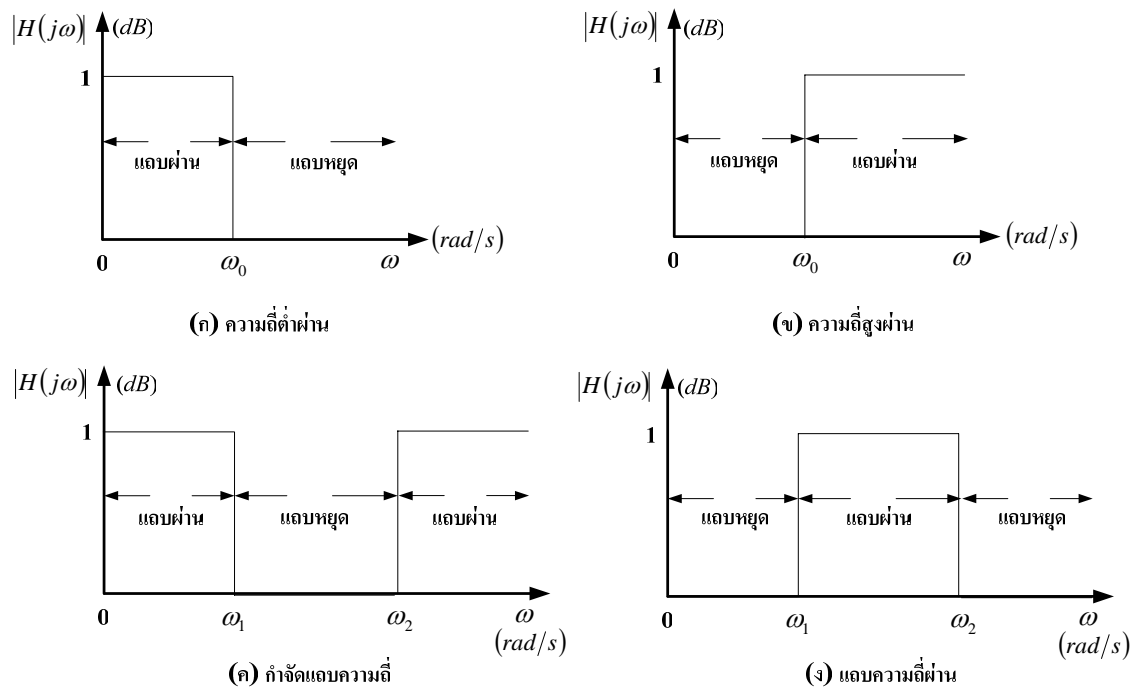
วงจรกรองสัญญาณหรือวงจรกรองความถี่ (Filter) เป็นวงจรพื้นฐานด้านโทรคมนาคม ระบบเครื่องมือวัดและวงจรถอนกึ่งตัวนำต่าง ๆ มากมาย ซึ่งวงจรเหล่านี้มักได้รับการคิดค้นและพัฒนาวงจรใหม่อย่างต่อเนื่อง ดังเช่นวงจรกรองสัญญาณหลายหน้าที่ ซึ่งเป็นวงจรกรองความถี่แบบหนึ่งที่สามารถทำหน้าที่เป็นวงจรกรองความถี่แบบต่าง ๆ ได้หลายชนิดในวงจรเดียวกัน ซึ่งได้รับความสนใจอย่างกว้างขวางโดยมีการนำเสนอมาแล้วอย่างมากมายในอดีต หลักการพื้นฐานของวงจรกรองสัญญาณหลายหน้าที่มีอยู่มากมายหลายหลักการ แต่ที่นิยมใช้กันอยู่ก็คือ หลักการใช้วงจรแบบดิฟเฟอเรนเชียลและแบบอินทิเกรเตอร์ มาทำการออกแบบอาศัยวิธีการแบบไบควอดมาใช้เพื่อนำไปสู่สมการส่งผ่านของวงจรกรองสัญญาณชนิดต่าง ๆ ได้หลายอย่าง ในปัจจุบันการออกแบบและสังเคราะห์วงจรกรองสัญญาณ จะให้ความสำคัญกับวงจรในรูปแบบของกระแสมากขึ้น เนื่องจากมีคุณสมบัติที่เด่นกว่าวงจรในรูปแบบแรงดันอยู่หลายประการ คือ มีแบนด์วิดท์กว้าง ให้ผลตอบสนองทางความถี่ได้สูง ใช้แรงดันไฟเลี้ยงต่ำและออกแบบวงจรได้ง่ายโดยใช้อุปกรณ์จำนวนน้อย โดยเป็นผลทำให้ค่ากำลังไฟฟ้าสูญเสียต่ำจึงเหมาะสำหรับนำมาสร้างเป็นวงจรรวม ด้วยเหตุผลนี้จึงเป็นปัจจัยที่สำคัญที่ทำให้เกิดการพัฒนาวงจรที่ทำงานในรูปแบบกระแสมากขึ้น ซึ่งนักวิจัยส่วนใหญ่ให้ความสนใจในหลักการดังกล่าวและเลือกใช้อุปกรณ์แอกทีฟมาช่วยในการออกแบบ เช่น วงจรออปแอมป์ (OA) วงจรขยายความนำ (OTA) วงจรกระแสแตกต่าง (CDBA) และวงจรสายพานกระแส (CCII) เป็นต้น

#### 3.2 พื้นฐานของวงจรกรองความถี่

วงจรกรองความถี่ (Filter) คือ วงจรเลือกความถี่ ซึ่งยอมให้สัญญาณความถี่ที่กำหนดผ่านได้และลดทอนสัญญาณนอกเหนือจากความถี่ที่กำหนด ซึ่งปกติสัญญาณดังกล่าวอยู่ในรูปแบบของแรงดันและสามารถแบ่งประเภทของวงจรกรองความถี่ได้เป็น 2 ประเภท คือ วงจรกรองความถี่ที่ใช้

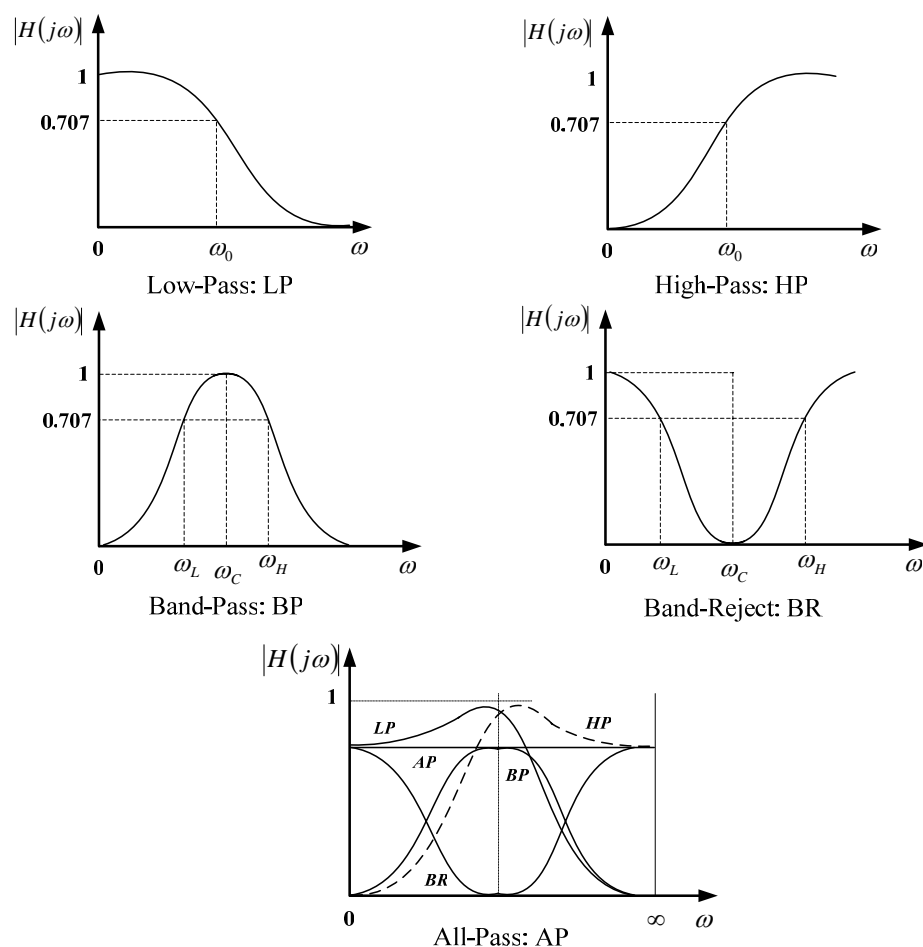
อุปกรณ์พาสซีฟ เช่น ตัวเก็บประจุ ตัวนำและตัวต้านทาน เรียกว่า วงจรกรองความถี่แบบพาสซีฟ (Passive Filter) ส่วนวงจรกรองความถี่ที่ใช้อุปกรณ์แอกทีฟ เช่น ทรานซิสเตอร์ ออปแอมป์ ที่ต่อร่วมกับตัวเก็บประจุ ตัวต้านทาน เรียกว่า วงจรกรองความถี่แบบแอกทีฟ (Active Filter) หรืออาจจะเรียกอีกชื่อหนึ่งคือ วงจรกรองความถี่แบบอนาล็อก (Analog filter)

โดยทั่วไปแล้ววงจรกรองความถี่มีประโยชน์มากในงานอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคมทั่วไป ในด้านการกรองสัญญาณ เช่น การกรองสัญญาณรบกวน (Noise) ออก การกรองสัญญาณฮาร์โมนิก (Harmonics) ต่าง ๆ ของคลื่นที่มีส่วนสำคัญออกมา ดังเช่น คลื่นสี่เหลี่ยม คลื่นสามเหลี่ยม หรือใช้ในงานด้านสื่อสารเฉพาะกิจ สามารถกรองสัญญาณพาหะ (Carrier) ที่ต้องการได้ โดยสามารถจำแนกชนิดของวงจรกรองความถี่ได้เป็น วงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter: LPF) วงจรกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter: HPF) วงจรกรองแถบความถี่ผ่าน (Band-Pass Filter) วงจรกรองก้ำจืดแถบความถี่ (Band-Reject Filter) และวงจรกรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter)



ภาพที่ 3.1 ผลตอบสนองความถี่ทางอุดมคติของวงจรกรองความถี่

จากภาพที่ 3.1 แสดงให้เห็นถึงผลตอบสนองความถี่อุดมคติของวงจรกรองความถี่ทั้งหมด โดยวงจรกรองความถี่ความถี่ต่ำผ่านจะยอมให้ความถี่ตั้งแต่ดีซีจนถึงความถี่ตามต้องการผ่านได้  $\omega_0$  และลดทอนความถี่ที่มีค่าสูงกว่า  $\omega_0$  ซึ่งเรียกว่า ความถี่คัทออฟ (Cutoff Frequency) ช่วงความถี่ต่ำจาก 0 ถึง  $\omega_0$  เรียกว่า แถบผ่าน (Pass-Band) หรือแบนด์วิดท์ (Bandwidth: BW) และช่วงความถี่สูงกว่า  $\omega_0$  เรียกว่า แถบหยุด (Stop-Band) กรณีวงจรกรองความถี่สูงผ่านจะตรงข้ามกับวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน นั่นคือ ช่วงความถี่จาก 0 ถึง  $\omega_0$  เรียกว่า แถบหยุด และช่วงความถี่จาก  $\omega_0$  ถึง  $\infty$  เรียกว่า แถบผ่าน วงจรกรองความถี่แถบความถี่ผ่านจะยอมให้ความถี่จาก  $\omega_L$  ถึง  $\omega_H$  ผ่านได้ แต่ไม่ยอมให้ความถี่ต่ำกว่า  $\omega_L$  และสูงกว่า  $\omega_H$  ผ่าน ส่วนวงจรกรองความถี่แบบกำจัดแถบความถี่จะตรงข้ามกับวงจรกรองความถี่แถบความถี่ผ่าน นั่นคือ ลดทอนความถี่ช่วง  $\omega_L$  ถึง  $\omega_H$  แต่ยอมให้ความถี่ต่ำกว่า  $\omega_L$  และสูงกว่า  $\omega_H$  ผ่านได้ สำหรับวงจรกรองความถี่ผ่านทุกความถี่จะยอมให้ความถี่ผ่านตลอดย่าน (0 ถึง  $\infty$ ) เช่นกัน



ภาพที่ 3.2 ผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรกรองแบบต่าง ๆ

### 3.3 การวิเคราะห์พื้นฐานของวงจรรองความถี่

การวิเคราะห์วงจรรองความถี่ส่วนที่ต้องให้ความสำคัญในการวิเคราะห์คือ เฟส (Phase) และขนาด (Magnitude) เทียบกับความถี่ ซึ่งทำได้โดยการพล็อตเป็นกราฟโดยฟังก์ชันถ่ายโอนสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = K \frac{\prod_{i=1}^n (s - z_i)}{\prod_{i=1}^m (s - p_i)} \quad (3.1)$$

โดยที่ค่าของ โพล (Pole) และซีโร (Zero) สามารถเป็นได้ทั้งค่าจำนวนจริงหรือจำนวนเชิงซ้อน (Complex) จึงต้องเขียนสมการให้อยู่ในรูปของขนาด  $H(j\omega)$  ในรูปของเดซิเบล (Decibel) ได้เป็น

$$\begin{aligned} \text{Magnitude}(dB) &= 20 \log_{10} |H(j\omega)| \\ &= 20 \log_{10} |K| + \sum_{i=1}^n 20 \log_{10} |j\omega - z_i| - \sum_{i=1}^m 20 \log_{10} |j\omega - p_i| \end{aligned} \quad (3.2)$$

และเฟสในรูปขององศา (Degree) หรือเรเดียน (Radian) สามารถเขียนได้เป็น

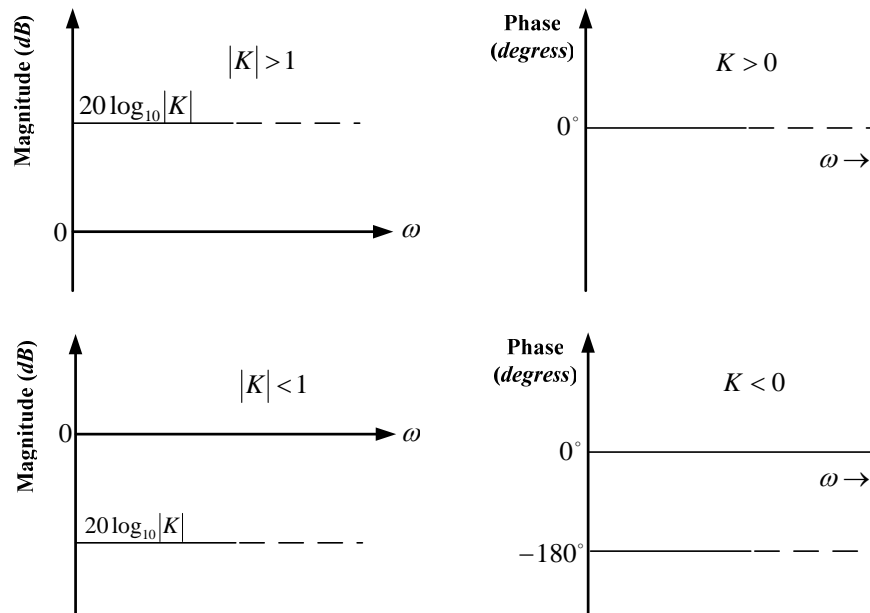
$$\begin{aligned} \text{Phase (Degrees/Radians)} &= \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im } H(j\omega)}{\text{Re } H(j\omega)} \right) \\ &= \tan^{-1} \left( \frac{0}{K} \right) + \sum_{i=1}^n \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(j\omega - z_i)}{\text{Re}(j\omega - z_i)} \right) - \sum_{i=1}^m \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(j\omega - p_i)}{\text{Re}(j\omega - p_i)} \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

การวิเคราะห์จะใช้การประมาณการ เพื่อนำมาพล็อตกราฟในลักษณะของฟังก์ชันขนาด และเฟส การพล็อตความถี่บนสเกลลอการิทึม วิธีการพล็อตดังกล่าวเรียกว่า การพล็อตโบด (Bode Plot)

ตัวประกอบของรูปแบบ  $N(s)$  และ  $D(s)$  สามารถแยกเป็น 4 แบบ คือ 1. เป็นค่าคงที่  $K$  2. มีตัวประกอบ  $s$  แทนในเส้นทางราก (Root) ที่จุดกำเนิด (Origin) 3. ตัวประกอบ  $s + \alpha$  แทนในเส้นทางจริง และ 4. ตัวประกอบ  $s^2 + as + b$  แทนในเส้นทางคอมเพล็กซอนจูเกต (Complex Conjugate)

**3.3.1 กรณีเป็นค่าคงที่  $K, K \neq 0$**

เมื่อฟังก์ชัน  $Magnitude = 20\log_{10}|K|$  เป็นบวกสำหรับ  $|K| > 1$  และเป็นลบสำหรับ  $|K| < 1$  ค่าฟังก์ชัน  $Phase = \tan^{-1}(0/K)$  มีค่าเป็น  $0^\circ$  สำหรับ  $K > 0$  และเท่ากับ  $180^\circ$  สำหรับ  $K < 0$  ดังภาพที่ 3.3

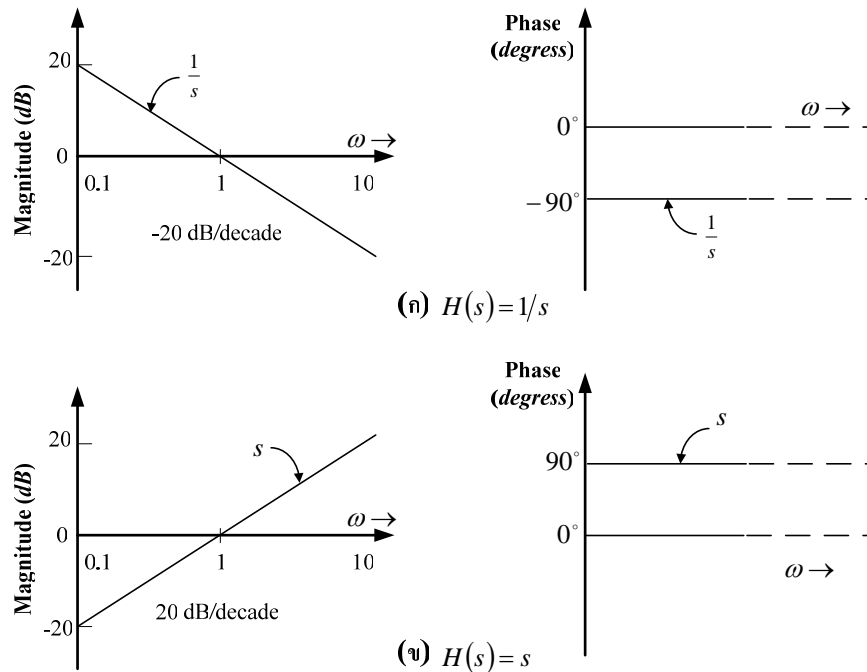


ภาพที่ 3.3 Magnitude และ Phase Response พล็อตเมื่อ  $N(s)$  หรือ  $D(s)$  เป็นค่าคงที่  $K$

**3.3.2 กรณี  $s$  เป็นค่ารากที่จุดกำเนิด**

ค่าขนาดและเฟสของโพลที่จุดกำเนิด เขียนแทนด้วยสมการ  $H(s) = 1/s$  ทำให้  $Magnitude = 20\log_{10}|1/j\omega| = -20\log_{10} \omega$  และ  $Phase = \tan^{-1}(0) - \tan^{-1}(\omega/0) = -90^\circ$  จากขนาดและเฟสที่ได้แสดงได้ดังภาพที่ 3.4 (ก) สังเกตว่าค่าของขนาดจะลดลง  $20dB$  เมื่อความถี่เพิ่มขึ้น 10 เท่า หรือขนาดลดลง  $6dB$  เมื่อความถี่เพิ่มขึ้น 2 เท่า ซึ่งสโลป คือ  $-20dB/decade$  หรือเท่ากับ  $-6dB/octave$  นั่นเอง และถ้าฟังก์ชัน  $H(s) = s$  แทนด้วยซีโร ณ จุดกำเนิดทำให้

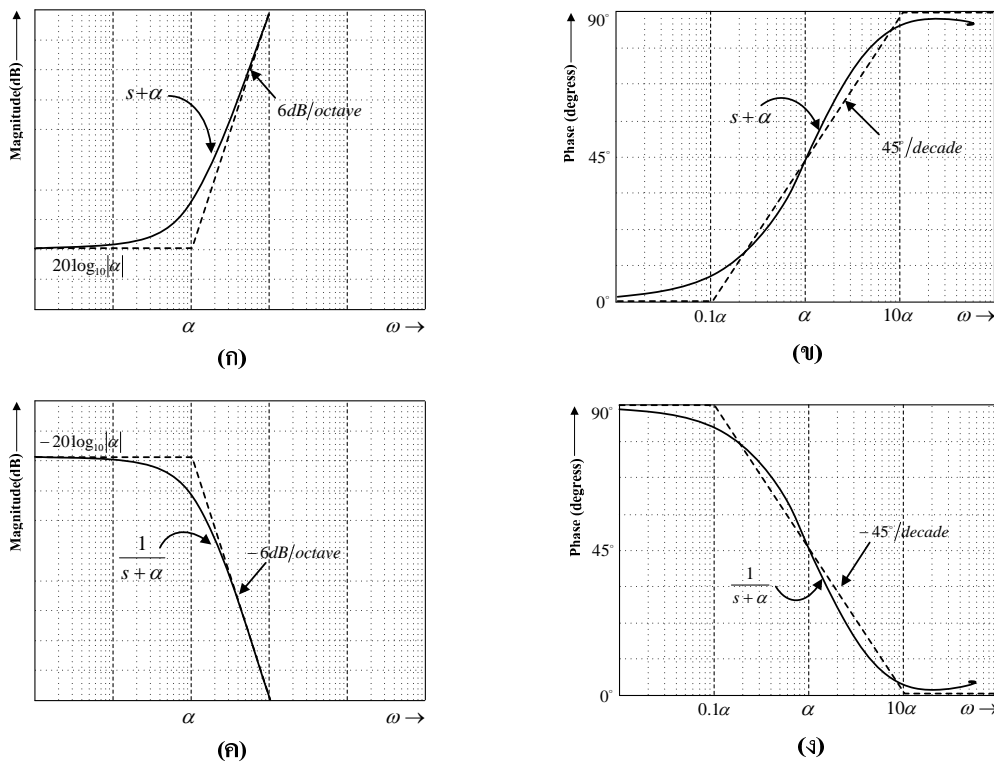
$Magnitude = 20\log_{10}|j\omega| = 20\log_{10} \omega$  และ  $Phase = \tan^{-1}(\omega/0) = 90^\circ$  สามารถพล็อตได้  
 ดังภาพที่ 3.4 (ข)



ภาพที่ 3.4 Magnitude และ Phase plot เมื่อ (ก)  $H(s) = 1/s$  และ (ข)  $H(s) = s$

### 3.3.3 กรณีตัวประกอบ $s + \alpha$

ฟังก์ชันของตัวประกอบมีค่าเท่ากับ  $H(s) = s + \alpha$  สามารถหาค่าขนาดและเฟส โดยที่  $Magnitude = 20\log_{10}|j\omega + \alpha| = 20\log_{10}(\omega^2 + \alpha^2)^{1/2}$  และ  $Phase = \tan^{-1}(\omega/\alpha)$  ฟังก์ชันของเฟส และขนาดแสดงได้ดังภาพที่ 3.5 (ก) , (ข) ที่ความถี่ต่ำ ( $\omega \ll \alpha$ ) ฟังก์ชัน  $H(s)$  สามารถประมาณด้วย  $\alpha$  ทำให้อัตราการขยาย (Gain) ที่ความถี่ต่ำมีค่าประมาณ  $20\log \alpha$  และที่ความถี่สูง ( $\omega \gg \alpha$ ) ค่าของอัตราการขยายจะสามารถประมาณได้ด้วย  $s$  และสโลปของความถี่สูงประมาณ  $6dB/octave$  ดังเส้นประของภาพที่ 3.5 (ก) ส่วนค่าของอัตราการขยายที่เป็นจริงจะแสดงเป็นเส้นทึบ ทำการประมาณค่า  $s = j\omega = j\alpha$  ณ จุดนี้จะได้จุดต่อของความถี่ต่ำและความถี่สูง ซึ่งด้านความจริง(เส้นทึบ)จะห่างจากจุดอัตราการขยายเริ่มต้นอยู่ที่  $3.01dB$



ภาพที่ 3.5 Magnitude และ Phase Plot เมื่อ  $H(s) = s + \alpha$  และ  $H(s) = \frac{1}{s + \alpha}$

ณ เส้นกราฟแสดงเฟสจากความถี่  $0^\circ$  ไปจนถึงความถี่สูง ๆ ที่  $90^\circ$  ที่เป็นจริงจะแสดงไว้ดังภาพที่ 3.5 (ข) เป็นเส้นทึบ ส่วนเส้นประเป็นเส้นที่ประมาณค่าซึ่งประมาณ  $45^\circ/\text{decade}$  และปรากฏว่าที่ความถี่  $\omega = \alpha$  เฟสจะเลื่อน (Shift) ไป  $45^\circ$  ส่วนค่าของขนาดและเฟสของกรณิโพลเป็น  $s = -\alpha$  โดยแทนสมการด้วย  $1/(s + \alpha)$  จะแสดงไว้ดังภาพที่ 3.5 (ค) และ (ง) ตามลำดับ

### 3.3.4 ตัวประกอบ $s^2 + as + b$ แทนในเส้นทาง Complex Conjugate

สมมติโดยค่าคู่ของ Complex Pole แทนด้วยสมการ  $H(s) = 1/(s^2 + as + b)$  ที่แรงดันไฟตรงจะได้ค่า  $Magnitude = 20 \log_{10} |1/b|$  และ  $Phase$  จะมีค่าเท่ากับ  $-\tan^{-1}(0/b) = 0^\circ$  และที่ความถี่สูง สมการจะมีค่าเข้าใกล้  $1/s^2$  ดังนั้นค่าของขนาดจะลดลงประมาณ  $-40\text{dB}/\text{decade}$  และเฟสจะมีค่าเท่ากับ  $-180^\circ$

ค่าความถี่ที่จะทำให้เกิดค่าขนาดสูงสุด (Maximum Magnitude) ทำได้โดยการดิฟเฟอเรนเชียล (Differentiate) ค่าของ  $|H(j\omega)| = 0$

$$\frac{d}{d\omega} \left| \frac{1}{-\omega^2 + aj\omega + b} \right| = 0 \quad (3.4)$$

ค่าความถี่ที่ได้จะมี 2 ค่า คือ

$$\omega_{\max} = \sqrt{b} \sqrt{1 - \frac{a^2}{2b}} \quad \text{เมื่อ} \quad \frac{a^2}{2b} < 1$$

$$\omega_{\min} = 0 \quad \text{เมื่อ} \quad \frac{a^2}{2b} \geq 1$$

ถ้า  $\frac{a^2}{2b} \ll 1$  ดังนั้น

$$\omega_{\max} \approx \sqrt{b} \quad (3.5)$$

ความถี่ที่ได้คือ ความถี่โพล (Pole Frequency,  $\omega_p$ ) จะมีค่าเท่ากับความถี่โพล เป็น  $\omega_p = \sqrt{b}$  ที่ความถี่โพลค่าของขนาดของ  $H(s) = 1/(s^2 + as + b)$  ในรูปของ dB จะมีค่า เป็น

$$20 \log_{10} \left| \frac{1}{(j\sqrt{b})^2 + aj\sqrt{b} + b} \right| = 20 \log_{10} \left( \frac{1}{a\sqrt{b}} \right) \quad (3.6)$$

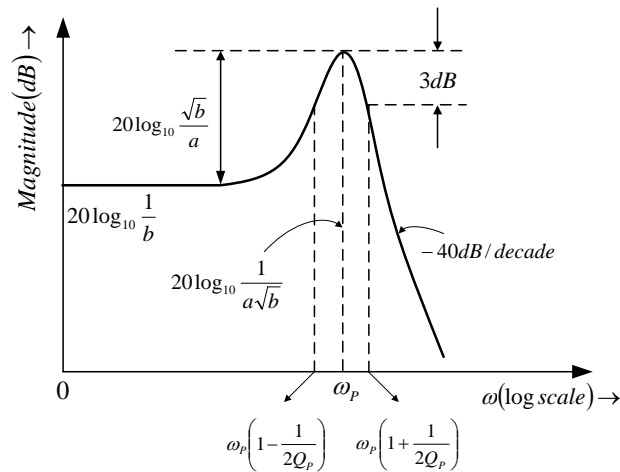
ส่วนค่าของเฟส จะมีค่าเป็น

$$-\tan^{-1} \left( \frac{a\sqrt{b}}{0} \right) = -90^\circ \quad (3.7)$$

จากการวิเคราะห์ที่ผ่านมาจะสามารถประมาณค่าเพื่อนำมาพล็อตกราฟได้ดังภาพที่ 14 โดยจะมีช่วงขึ้นสูง (High bump) ที่ความถี่โพล  $\omega_p$  ซึ่งค่าความแตกต่างของช่วงขึ้นสูงและช่วง อัตราการขยายไฟตรงมีค่าเป็น



$$20\log_{10}\left(\frac{1}{a\sqrt{b}}\right) - 20\log_{10}\left(\frac{1}{b}\right) = 20\log_{10}\left(\frac{\sqrt{b}}{a}\right) \quad (3.8)$$



ภาพที่ 3.6 การพล็อตกราฟโดยการประมาณค่าจากสมการ

เมื่อ  $\frac{1}{s^2 + as + b}$  โดยที่  $Q_p = \frac{\sqrt{b}}{a} \gg 1$  และตัวแปร  $\frac{\sqrt{b}}{a}$  คือ ค่าความสูงของช่วงขึ้นสูงที่จุดความถี่โพล โดยใช้ค่าเป็นโพล  $Q$  หรือ  $Q_p$

$$\text{Pole } Q = Q_p = \frac{\sqrt{b}}{a} \quad (3.9)$$

ดังนั้นฟังก์ชันของวงจรถ่ายเฟดเตอร์ที่มีค่าโพลเชิงซ้อน (Complex Poles) โดยแทนอยู่ในรูปของ  $\omega_p$  และ  $Q_p$  จะเป็น

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2} \quad (3.10)$$

เมื่อเทียบกับรูปแบบทั่วไปของฟังก์ชันถ่ายโอน

$$H(s) = \frac{a_m s^m + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^n + \dots + b_2 s^2 + b_1 s + b_0} \quad ; \quad n \geq m \quad (3.11)$$

สำหรับวงจรฟิลเตอร์เมื่อ  $n = 2$  ทำให้รากของสมการที่ (3.11) เป็นแบบเชิงซ้อน (Complex Root) ดังนั้นฟังก์ชันการถ่ายโอนสามารถหาได้จาก

$$H(s) = K \frac{k_2 s^2 + k_1 (\omega_0/Q) s + k_0 \omega_0^2}{s^2 + (\omega_0/Q) s + \omega_0^2} \quad (3.12)$$

เมื่อ  $\omega_0$  คือ ความถี่ของโพล (Pole Frequency) หรือความถี่เรโซแนนซ์ (Resonant Frequency) และ  $Q$  คือ ตัวประกอบคุณภาพ (Pole Quality Factor) และ  $K$  คือ อัตราขยายไฟตรง (DC Gain) และสัมประสิทธิ์ของจำนวนเศษ  $k_2, k_1$  และ  $k_0$  มีค่า  $\pm 1$  หรือ 0 ซึ่งชนิดของวงจรฟิลเตอร์ขึ้นอยู่กับค่าของสัมประสิทธิ์ของจำนวนเศษ  $k_2, k_1$  และ  $k_0$  ดังตารางที่ 1

แทนค่า  $s = j\omega$  ลงในสมการที่ (3.12) และกำหนดให้  $K = 1$  ดังนั้น

$$H(j\omega) = \frac{k_2 (j\omega)^2 + k_1 (\omega_0/Q)(j\omega) + k_0 \omega_0^2}{(j\omega)^2 + (\omega_0/Q)(j\omega) + \omega_0^2} = \frac{-k_2 \omega^2 + jk_1 (\omega_0/Q)\omega + k_0 \omega_0^2}{-\omega^2 + j(\omega_0/Q)\omega + \omega_0^2}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad H(j\omega) = \frac{(k_0 \omega_0^2 - k_2 \omega^2) + jk_1 (\omega_0/Q)\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j(\omega_0/Q)\omega} \quad (3.13)$$

เมื่อ  $\omega = 2\pi f$  หน่วยเป็นเรเดียนต่อวินาที ( $rad/s$ )

$f$  คือ ความถี่อินพุท หน่วยเป็นเฮิรตซ์ ( $Hz$ )

และ  $Q$  สัมพันธ์กับแบนด์วิดท์ (BW) และความถี่เรโซแนนซ์  $\omega_0$  คือ

$$Q = \frac{\omega_0}{BW} = \frac{\omega_0}{\omega_H - \omega_L} \quad (3.14)$$

เมื่อ  $\omega_H$  คือความถี่ตัดด้านสูง (High Cutoff Frequency) หรือความถี่  $3dB$  ด้านสูง (High  $3dB$  Frequency) และ  $\omega_L$  คือความถี่ตัดด้านต่ำ (Low Cutoff Frequency) หรือความถี่  $3dB$  ด้านต่ำ (Low  $3dB$  Frequency)

ตารางที่ 3.1 ชนิดของวงจรกรองความถี่

<i>Filter</i>	$k_2$	$k_1$	$k_0$	<i>Transfer Function</i>
Low-Pass	0	0	1	$H(s)_{LP} = K \frac{\omega_0^2}{s^2 + (\omega_0/Q)s + \omega_0^2}$
High-Pass	1	0	0	$H(s)_{HP} = K \frac{s^2}{s^2 + (\omega_0/Q)s + \omega_0^2}$
Band-Pass	0	1	0	$H(s)_{BP} = K \frac{(\omega_0/Q)s}{s^2 + (\omega_0/Q)s + \omega_0^2}$
Band-Reject	1	0	1	$H(s)_{BR} = K \frac{(s^2 + \omega_0^2)}{s^2 + (\omega_0/Q)s + \omega_0^2}$
All-Pass	1	-1	1	$H(s)_{AP} = K \frac{(s^2 - (\omega_0/Q)s + \omega_0^2)}{s^2 + (\omega_0/Q)s + \omega_0^2}$

### 3.4 ค่าความไว

ความไว (Sensitivity) ในทางปฏิบัติโดยทั่ว ๆ ไปอุปกรณ์ที่ประกอบเป็นวงจรไฟฟ้ามักจะมีค่าคลาดเคลื่อนไปจากค่าที่ระบุมาที่อุปกรณ์ ซึ่งสาเหตุที่นี้อาจเกิดจากกระบวนการผลิตจากทางโรงงาน หรือจากสาเหตุอื่นๆ เช่น การเปลี่ยนแปลงทางเคมี อันเนื่องมาจากอายุของอุปกรณ์และการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิก็เป็นอีกสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดการเบี่ยงเบนค่าของอุปกรณ์ได้นอกจากนี้ยังมีค่าความขึ้นสัมพันธ์ของสภาพแวดล้อมที่วงจรทำงานอยู่ภายใต้เงื่อนไขดังกล่าวก็ย่อมมีผลเช่นกัน การเบี่ยงเบนค่าของอุปกรณ์นั้นมีผลเกี่ยวข้องกับการทำงานของวงจร ทำให้ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ เช่น  $(\omega, Q)$  และค่าของอัตราขยายอาจเบี่ยงเบนไปจากที่กำหนดมาตรฐานหนึ่งที่จะใช้วัดค่าการเบี่ยงเบนของอุปกรณ์ในวงจรว่าส่งผลมากน้อยเพียงใดต่อค่าของพารามิเตอร์ต่าง ๆ ในวงจร คือ การวัดค่าความไว ซึ่งถูกนำเสนอครั้งแรกโดย Bode ในปี ค.ศ.1940 อธิบายดังภาพที่ 3.7 แสดงวงจรซึ่งอุปกรณ์ตัวหนึ่งได้ถูกแยกออกมาเพื่อศึกษา คือ ตัวแปร ( $R$ ) ซึ่งสมมติให้ค่าตัวแปร ( $R$ ) เปลี่ยนแปลงค่าไปเป็นปริมาณ ( $\Delta R$ ) โดยจะส่งผลทำให้ฟังก์ชันโอนถ่าย (Transfer Function) เปลี่ยนแปลงไปด้วย ในที่นี้จะสนใจค่าพารามิเตอร์ของ  $(\omega_p)$  ของวงจร ซึ่งจะเปลี่ยนค่าไปเป็นปริมาณ ( $\Delta \omega_p$ ) การเปลี่ยนแปลงนี้ส่งผลต่อฟังก์ชันการโอนถ่าย  $H(s)$  ได้หลายรูปแบบ เช่น อาจทำให้ตำแหน่งของโพล (Pole) เปลี่ยนแปลง หรือทำให้ผลตอบสนองทางขนาด (Magnitude Response) เปลี่ยนไปจากที่กำหนด เมื่อพิจารณาไปที่เปอร์เซ็นต์ของการเปลี่ยนแปลงใน  $(\omega_p)$  นั่นคือ

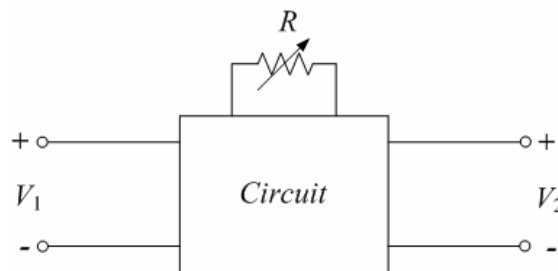
$$\left(\frac{\Delta\omega_p}{\omega_p}\right)\times 100\% \quad (3.15)$$

เปอร์เซ็นต์ของการเปลี่ยนแปลงใน  $R$

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)\times 100\% \quad (3.16)$$

ถ้านำสัดส่วนการเปลี่ยนแปลงของทั้งสองสมการ มาเปรียบเทียบกัน ได้เป็นอัตราส่วนสามารถเขียนได้เป็น

$$\% \text{ Change in } \frac{\omega_p}{R} = \frac{(\Delta\omega_p/\omega_p)\times 100\%}{(\Delta R/R)\times 100\%} \quad (3.17)$$



ภาพที่ 3.7 วงจรซึ่งตัวต้านทานถูกแยกออกมาเพื่อศึกษา

ค่าอัตราส่วนของเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงของทั้งสอง สามารถที่จะบ่งบอกได้ว่าค่าอัตราส่วนที่น้อย หมายถึง การเปลี่ยนแปลงของค่า ( $R$ ) จะส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าที่เกิดขึ้นใน ( $\omega_p$ ) น้อย ในทางตรงกันข้ามหากค่าของอัตราส่วนที่มาก หมายถึง การเปลี่ยนแปลงของค่า ( $R$ ) จะส่งผลอย่างมากต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าที่เกิดขึ้นใน ( $\omega_p$ ) ซึ่งอัตราส่วนนี้เป็นคุณสมบัติของวงจรที่จะสนใจพิจารณาในขั้นตอนของการออกแบบ เมื่อนำสมการที่ (45) มาจัดรูปใหม่จะได้เป็น

$$\% \text{ Change in } \frac{\omega_p}{R} = \frac{R}{\omega_p} \frac{\Delta\omega_p}{\Delta R} \quad (3.18)$$

สังเกตเห็นได้ว่าเทอมที่สองในสมการ คือ การทำอนุพันธ์ (Derivative) ของ  $(\omega_p)$  เทียบกับ  $(R)$  เนื่องจาก  $(\omega_p)$  มิได้เป็นฟังก์ชันของ  $(R)$  เพียงอย่างเดียว แต่ยังเป็นฟังก์ชันของอุปกรณ์ตัวอื่น ในวงจรอีกนั่น คือ  $(\omega_p)$  เป็นฟังก์ชันของหลายตัวแปร ดังนั้นจึงใช้เครื่องหมายอนุพันธ์ย่อย เพื่อแสดงถึงการทำอนุพันธ์ในสมการที่ (3.18) และนิยามค่าอัตราส่วนนี้ว่า ค่าความไว (Sensitivity)

$$S_R^{\omega_p} = \lim_{\Delta R \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega_p / \omega_p}{\Delta R / R} \quad (3.19)$$

$$S_R^{\omega_p} = \frac{R}{\omega_p} \frac{\partial \omega_p}{\partial R} \quad (3.20)$$

ซึ่งมีความหมายเดียวกันกับ

$$S_R^{\omega_p} = \frac{\partial(\ln \omega_p)}{\partial(\ln R)} \quad (3.21)$$

สมการที่ (3.19) ถึง (3.21) แสดงค่าความไวของ  $(\omega_p)$  ที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของค่า  $(R)$  ซึ่งสมการเขียนอยู่ในเทอมของ  $(\omega_p)$  และ  $(R)$  ยังไม่ได้เป็นรูปทั่วไป ฟังก์ชันความไว (Sensitivity function) สามารถนิยามในเทอมของตัวแปรทั่วไป  $(p)$  และ  $(x)$  ได้ดังนี้

$$S_x^p = \frac{x}{p} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial(\ln p)}{\partial(\ln x)} \quad (3.22)$$

โดย  $p$  คือ พารามิเตอร์ในวงจรที่สนใจ ( $\omega$  หรือ  $Q$ )  
 $x$  คือ ตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อพารามิเตอร์ ( $p$ ) เช่น อุปกรณ์ในวงจร  $R$ ,  $L$  และ  $C$

ถ้า  $(p)$  ไม่เป็นฟังก์ชันของ  $(x)$  เช่น  $(p = \text{ค่าคงที่})$  ดังนั้น

$$S_x^p = 0 \quad (3.23)$$

ถ้า  $(p = cx)$  โดยที่  $(c)$  เป็นค่าคงที่

$$S_x^{cx} = \frac{\partial(\ln cx)}{\partial(\ln x)} = \frac{\partial(\ln c)}{\partial(\ln x)} + \frac{\partial(\ln x)}{\partial(\ln x)} = 1 \quad (3.24)$$

ดังนั้นสามารถใช้ค่าของ  $S_x^p$  เพื่อหาเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงใน  $(p)$  ที่เกิดจากเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงใน  $x$  เช่น ถ้าค่าความไวของ  $(\omega_p)$  เทียบกับค่าความต้านทานตัวหนึ่ง  $(R)$  คือ 1 แล้ว การเบี่ยงเบนของค่า  $(R)$  เปลี่ยนแปลงไป 1% จะส่งผลให้ค่าเบี่ยงเบนไป 1%

ส่วนในกรณีของความไวของตัวแปรอื่น ๆ เช่น  $\omega_z$ ,  $Q_p$ ,  $Q_z$  และ  $k$  ต่ออุปกรณ์อื่น ๆ ของวงจรก็สามารถคิดได้โดยใช้วิธีการเดียวกันตัวอย่างเช่น

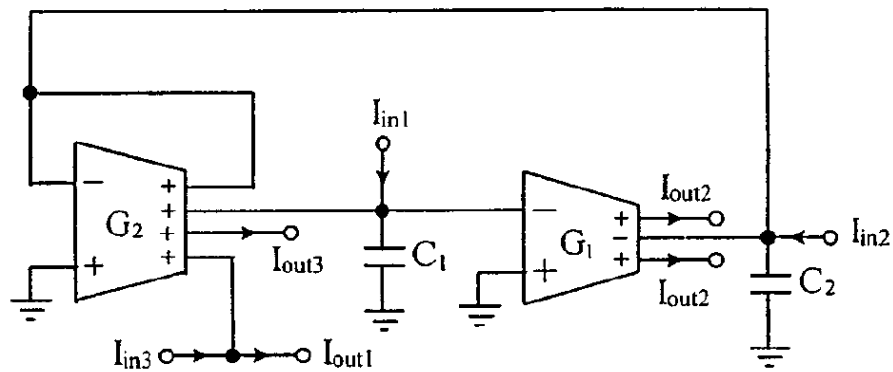
$$S_c^{\omega_p} = \frac{c}{\omega_p} \frac{\partial \omega_p}{\partial c} \quad (3.25)$$

$$S_R^{Q_p} = \frac{R}{Q_p} \frac{\partial Q_p}{\partial R} \quad (3.26)$$

$$S_R^k = \frac{R}{k} \frac{\partial k}{\partial R} \quad (3.27)$$

### 3.5 วงจรกรองความถี่หลายหน้าที่รูปแบบกระแสจากงานวิจัยที่ผ่านมา

ในอดีตวงจรกรองความถี่อันดับสองแบบแอกทีฟที่มีอินพุทอิมพีแดนซ์สูง เป็นวงจรที่ได้รับความนิยม เนื่องจากวงจรสามารถต่อแบบคาสเคดกันเพื่อสร้างเป็นวงจรกรองความถี่ที่มีอันดับสูงได้ง่าย ซึ่งในขณะเดียวกันวงจรกรองความถี่ที่ใช้ตัวเก็บประจุแบบต่อกราวด์เป็นวงจรที่เหมาะสมกับการนำไปสร้างเป็นวงจรรวมได้ง่าย โดยวงจรกรองความถี่ในรูปแบบแรงดันหรือรูปแบบกระแสที่ใช้วงจรโอทีเอเป็นอุปกรณ์พื้นฐานถูกนำเสนอเป็นบทความต่าง ๆ อาทิเช่น บทความเรื่อง Universal Current-Mode OTA-C Biquad with the Minimum Components [8] แสดงได้ดังภาพที่ 3.8



ภาพที่ 3.8 วงจรกรองความถี่หลายหน้าที่รูปแบบกระแสโดยใช้ OTA-C จำนวนน้อย [8]

ในบทความนี้เน้นไปในเรื่องวงจรกรองความถี่หลายหน้าที่รูปแบบกระแส ที่มีการใช้อุปกรณ์จำนวนน้อยซึ่งประกอบด้วยโอทีเอซีหลายเอาต์พุตจำนวน 2 ตัว และตัวเก็บประจุแบบต่อกราวด์จำนวน 2 ตัว วงจรที่นำเสนอถูกต่อตามหลักการของวงจรอินทิเกรตเตอร์ที่ใช้ 3 อินพุต และ 4 เอาต์พุต โดยที่เอาต์พุตในแต่ละตำแหน่งจะถูกระบุคุณสมบัติของการกรองความถี่ไว้อย่างชัดเจน โดยไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ อีกทั้งยังไม่สามารถปรับค่าตัวประกอบคุณภาพให้เป็นอิสระจากค่าความถี่ตอบสนองได้ โดยพิจารณาได้จากสมการกระแสเอาต์พุต ดังนี้

$$I_{out1} = \frac{[s^2 C_1 C_2 I_{in3} + s C_1 g_2 (I_{in3} - I_{in2}) + g_1 g_2 (I_{in3} - I_{in1})]}{\Delta} \quad (3.28)$$

$$I_{out2} = \frac{[-s C_2 g_1 I_{in1} - g_1 g_2 (I_{in1} - I_{in2})]}{\Delta} \quad (3.29)$$

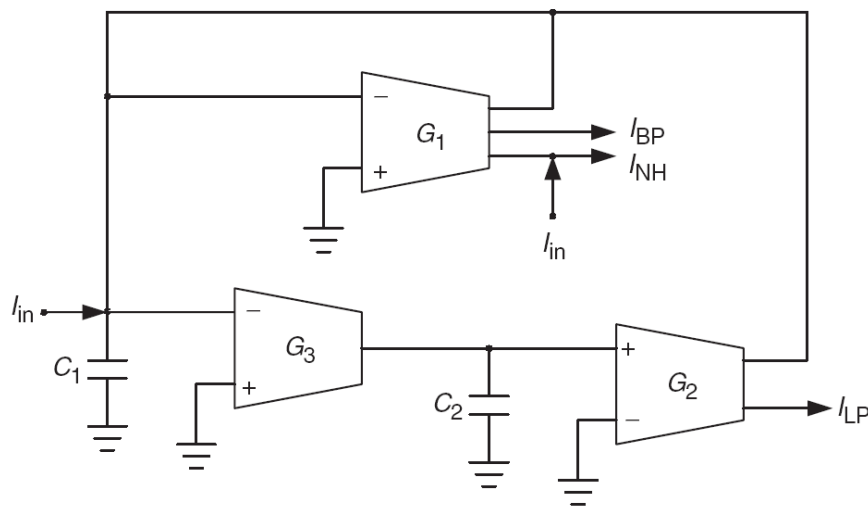
$$I_{out3} = \frac{[s C_1 g_2 I_{in2} + g_1 g_2 I_{in1}]}{\Delta} \quad (3.30)$$

เมื่อ

$$\Delta = s^2 C_1 C_2 + s C_1 g_2 + g_1 g_2 \quad (3.31)$$

ในที่นี้สามารถกำหนดเงื่อนไขเป็นวงจรรองความถี่หลายหน้าที่ได้ 5 รูปแบบ คือ

1. วงจรรองความถี่สูงผ่าน (HPF) :  $I_{in1} = I_{in2} = I_{in3} = I_{in}$
2. วงจรรองความถี่ที่ตัดการผ่าน (BPF) :  $I_{in1} = I_{in3} = 0$  และ  $I_{in2} = I_{in}$
3. วงจรรองความถี่ต่ำผ่าน (LPF) :  $I_{in2} = I_{in3} = 0$  และ  $I_{in1} = I_{in}$
4. วงจรรองความถี่ที่ตัดการออก (BRF) :  $I_{in1} = 0$  และ  $I_{in2} = I_{in3} = I_{in}$
5. วงจรรองผ่านทุกความถี่ (APF) :  $I_{in1} = 0$  และ  $I_{in2} = 2I_{in3}$  เมื่อ  $I_{in3} = I_{in}$



ภาพที่ 3.9 วงจรรองความถี่แบบแอกทีฟหลายหน้าที่ด้วยโครงสร้างแบบไบควอด [9]

บทความเรื่อง Unified Active Filter Biquad Structures [9] แสดงได้ดังภาพที่ 3.9 ซึ่งในบทความเน้นไปในเรื่องวงจรรองความถี่หลายหน้าที่โดยใช้อุปกรณ์แอกทีฟ เช่น OTAs หรือ CCCIs ต่อกับตัวเก็บประจุแบบต่อกราวด์เป็นหลักในการออกแบบวงจร อาศัยสมการไบควอดมาช่วยในการวิเคราะห์สมการดังกล่าวซึ่งประกอบด้วยโอทีเอชนิดหลายเอาต์พุตจำนวน 3 ตัว และตัวเก็บประจุแบบต่อกราวด์จำนวน 2 ตัว วงจรที่นำเสนอถูกต่อตามหลักการของวงจรรีโคโนสโตร์ที่ใช้ 2 อินพุต และ 3 เอาต์พุต โดยที่เอาต์พุตในแต่ละตำแหน่งจะถูกระบุคุณสมบัติของการกรองความถี่ไว้อย่างชัดเจนไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ สามารถปรับค่าตัวประกอบคุณภาพให้เป็นอิสระจากค่าความถี่ตอบสนอง โดยพิจารณาได้จากสมการกระแสเอาต์พุตที่กำหนดเงื่อนไขของวงจรรองความถี่ได้ 5 รูปแบบ ดังนี้



$$\frac{I_{BP}}{I_{in}} = \frac{-sC_2G_1}{s^2C_1C_2 + sC_2G_1 + G_2G_3} \quad (3.32)$$

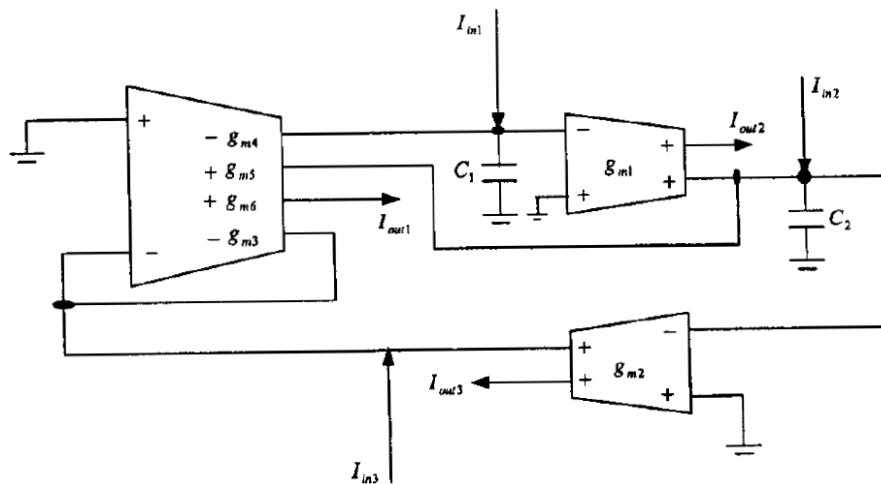
$$\frac{I_{NH}}{I_{in}} = \frac{s^2C_1C_2 + G_2G_3}{s^2C_1C_2 + sC_2G_1 + G_2G_3} \quad (3.33)$$

$$\frac{I_{LP}}{I_{in}} = \frac{-G_2G_3}{s^2C_1C_2 + sC_2G_1 + G_2G_3} \quad (3.34)$$

$$\frac{I_{HP}}{I_{in}} = \frac{s^2C_1C_2}{s^2C_1C_2 + sC_2G_1 + G_2G_3} \quad (3.35)$$

และ

$$\frac{I_{AP}}{I_{in}} = \frac{s^2C_1C_2 - sC_2G_1 + G_2G_3}{s^2C_1C_2 + sC_2G_1 + G_2G_3} \quad (3.36)$$



ภาพที่ 3.10 วงจรกรองความถี่หลายหน้าที่รูปแบบกระแสแบบใหม่ชนิดหลายอินพุตหลายเอาต์พุต โดยใช้ OTA-C

บทความเรื่อง New Universal Current-Mode Multiple-Input Multiple-Output OTA-C Filter [11] แสดงได้ดังภาพที่ 3.10 ซึ่งในบทความเน้นไปในเรื่องวงจรกรองความถี่หลายหน้าที่แบบหลายอินพุตหลายเอาต์พุต ซึ่งประกอบด้วยโอทีเอซีชนิดหลายเอาต์พุตจำนวน 3 ตัว และตัวเก็บประจุแบบต่อกราวด์จำนวน 2 ตัว โดยวงจรที่นำเสนอถูกต่อตามหลักการของวงจรมิติเกรทเตอร์ที่

ใช้ 3 อินพุต 3 เอาท์พุท โดยที่เอาท์พุทในแต่ละตำแหน่ง จะถูกระบุคุณสมบัติของการกรองความถี่ไว้อย่างชัดเจนไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ สามารถปรับค่าตัวประกอบคุณภาพให้เป็นอิสระจากค่าความถี่ตอบสนอง พิจารณาการเกิดเงื่อนไขของวงจรกรองความถี่หลายหน้าที่รูปแบบต่าง ๆ ได้จากสมการเอาท์พุทดังนี้

$$I_{out1} = \frac{1}{D} \frac{g_{m6}}{g_{m3}} [g_{m1}g_{m2}I_{in1} - sC_1g_{m2}I_{in2} + s^2C_1C_2I_{in3}] \quad (3.37)$$

$$I_{out2} = -\frac{1}{D} \frac{g_{m1}}{g_{m3}} [(g_{m2}g_{m5} + sC_2g_{m3})I_{in1} + g_{m2}g_{m4}I_{in2} - sC_2g_{m4}I_{in3}] \quad (3.38)$$

$$I_{out3} = \frac{1}{D} \left[ g_{m1}g_{m2}I_{in1} - sC_1g_{m2}I_{in2} - \frac{1}{g_{m3}} (g_{m1}g_{m2}g_{m4} + sC_1g_{m2}g_{m5})I_{in3} \right] \quad (3.39)$$

$$\text{เมื่อ} \quad D = \frac{g_{m1}g_{m2}g_{m4}}{g_{m3}} + sC_1 \frac{g_{m2}g_{m5}}{g_{m3}} + s^2C_1C_2 \quad (3.40)$$

### 3.6 บทสรุป

ในบทนี้ได้กล่าวถึงทฤษฎีและหลักการของวงจรกรองความถี่ ซึ่งประกอบด้วยหลักการของวงจรที่นำเสนอ พื้นฐานของวงจรกรองความถี่ โดยเน้นในเรื่องของวงจรกรองความถี่แบบอนาล็อกที่ใช้อุปกรณ์ประเภทแอกทิฟเป็นหลัก สามารถจำแนกชนิดของวงจรกรองความถี่ได้เป็น วงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter: LPF) วงจรกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter: HPF) วงจรกรองแถบความถี่ผ่าน (Band-Pass Filter) วงจรกรองก้ำจืดแถบความถี่ (Band-Reject Filter) และวงจรกรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter) เป็นต้น นอกจากนี้ยังได้กล่าวถึงการวิเคราะห์ถึงพื้นฐานของวงจรกรองความถี่ จากการวิเคราะห์โดยใช้การประมาณการ เพื่อนำมาพล็อตกราฟในลักษณะของฟังก์ชันขนาด และเฟส การพล็อตความถี่บนสเกลลอการิทึม วิธีการพล็อตดังกล่าวเรียกว่า การพล็อตโบด (Bode Plots) โดยมีตัวประกอบของรูปแบบ  $N(s)$  และ  $D(s)$  ที่สามารถแยกได้เป็น 4 แบบ คือ 1. เป็นค่าคงที่  $K$  2. มีตัวประกอบ  $s$  แทนในเส้นทางราก (Root) ที่จุดกำเนิด (Origin) 3. ตัวประกอบ  $s + \alpha$  แทนในเส้นทางจริงและ 4. ตัวประกอบ  $s^2 + as + b$  แทนในเส้นทางของคอมเพล็กซ์คอนจูเกต (Complex Conjugate) เป็นต้น เพื่อใช้ในการวิเคราะห์และออกแบบเป็นวงจรกรองความถี่หลายหน้าที่ที่ใช้ในงานวิจัย และสุดท้ายเป็นเรื่องของ

ค่าความไว (Sensitivity) ซึ่งในที่นี้สนใจค่าพารามิเตอร์ของ ( $\omega_p$ ) ของวงจร ซึ่งจะเปลี่ยนค่าไปเป็นปริมาณ ( $\Delta\omega_p$ ) การเปลี่ยนแปลงนี้ส่งผลต่อฟังก์ชันการโอนถ่าย  $H(s)$  ได้หลายรูปแบบ เช่น อาจทำให้ตำแหน่งของโพล (Pole) เปลี่ยนแปลงไปหรือทำให้ผลตอบสนองทางขนาด (Magnitude Response) เปลี่ยนไปจากที่กำหนดและสุดท้ายเป็นตัวอย่างบทความวงจรกรองความถี่หลายหน้าที่รูปแบบกระแสดจากงานวิจัยที่ผ่านมา พบว่าส่วนใหญ่นำเสนอวงจรในรูปแบบของอินทิเกรเตอร์ โดยมีจำนวนหลายอินพุตและหลายเอาต์พุตเป็นหลัก ซึ่งจะต่างกับงานวิจัยที่นำเสนอจะใช้รูปแบบของ ดิฟเฟอเรนเชียลอินทิเกรเตอร์ โดยมีจำนวน 3 อินพุตและ 1 เอาต์พุตเท่านั้น จากการทำมีจำนวนเอาต์พุตเพียงหนึ่งจะทำให้การใช้งานของวงจรมีความง่ายและไม่ยุ่งยากเหมือนกับบทความในอดีตที่ผ่านมา